Cálculos financieros a interés compuesto.

Caso práctico

Pilar y **Jorge** continúan con su propósito de recopilar las expresiones y tipos de operaciones financieras que usan las empresas en sus relaciones con las entidades financieras. Ahora se han planteado recoger aquellas que se utilizan en la ley de capitalización compuesta.

Pilar le comenta a **Jorge** que de su experiencia en el trabajo que está realizando, ha podido comprobar que a las operaciones comerciales, esto es, las realizadas con otras empresas, les es aplicable la ley de capitalización simple; pero cuando se plantean operaciones con entidades financieras, se utiliza tanto ésta como la capitalización compuesta.

Jorge recuerda, de su etapa de estudiante, que el dominio de los cálculos de la capitalización compuesta era fundamental para operaciones de más de 1 año; en especial para el cálculo de préstamos y de la Tasa Anual Equivalente.

1.- Ley financiera de capitalización compuesta.

Posiblemente te habrá sido sencillo ver la aplicación práctica de las expresiones y cálculos que hasta ahora has estudiado: para el cálculo de intereses; para determinar el importe a pagar cuando se aplaza o se adelanta el pago de una deuda;... Pero con esto no finalizan los cálculos financieros; ¿qué pasa cuando debemos calcular las cuotas a pagar de un préstamo?

Las operaciones financieras de capitalización compuesta se caracterizan, como recordarás de la unidad anterior, porque los intereses a medida que se van generando pasan a formar parte del capital que los ha originado. Es decir, los intereses generados al finalizar cada periodo de capitalización, se agregan al capital. De tal modo que en el período siguiente, producen más intereses.

Tras lo expresado, podemos decir que el capital final —C_n— será el resultado de un proceso de acumulación: a un capital inicial —C_0— se le suma los intereses que genera el primer año; a este resultado, en el segundo año se le vuelven a sumar los intereses generados en el mismo; y así sucesivamente, durante —**n**— periodos. Recordando que los intereses de cada periodo son iguales a: capital inicial del mismo por 1 y por la tasa de interés.

Para una mejor comprensión analiza la siguiente explicación matemática y ejecuta, a continuación, la presentación que incorpora la imagen:

Inicio de la operación: C_0

Final momento 1: $C_1 = C_0 + I_1$

Sustituyendo I_1 por su valor: $C_1 = C_0 + C_0 * 1 * i = C_0 * (1+i)$

Final momento 2: $C_2 = C_1 + I_2$

Sustituyendo I_2 por su valor: $C_2 = C_1 + C_1 * 1 * i = C_1 * (1+i)$

Sustituyendo C_1 por su valor: $C_2 = C_0 * (1 + i) * (1 + i) = C_0 * (1 + i)^2$

Final momento 3: $C_3 = C_2 + I_3$

Sustituyendo I_3 por su valor: $C_3 = C_2 + C_2 * 1 * i = C_2 * (1 + i)$

Sustituyendo C_2 por su valor: $C_3 = C_0 * (1 + i)^2 * (1 + i) = C_0 * (1 + i)^3$

Final de la operación: $C_n = C_0 * (1 + i)^n$

Resumen textual alternativo

En capitalización compuesta, tanto el número de periodos —**n**— como el tipo de interés —**i**— se deben **expresar en la misma unidad de tiempo.** Aquella en la que se determinan y acumulan los intereses.

Autoevaluación

Indica si, en capitalización compuesta, cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa:

El capital inicial del periodo 3 coincide con el capital final del periodo 2.

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero
El capital final de cada periodo, es a su vez, el capital inicial del siguiente.

El interés generado en el periodo 3 es igual a C_0*1*i.

Verdadero Falso

Falso
El interés del periodo 3 será: C_2*1*i.

El capital final del periodo 4 es igual al inicial del periodo 4 más el interés de C_3.

Verdadero Falso

Verdadero
C_3 es el capital inicial del periodo 4. Luego el capital final del periodo 4, es el inicial más el interés del mismo.

2.- Cálculo de los elementos de capitalización compuesta.

Caso práctico

Jorge le confiesa a **Pilar** que tuvo dificultades, cuando estudiaba, para comprender la capitalización compuesta por el nivel de abstracción que tiene. Pero que una vez que adquirió cierta soltura para utilizar sus expresiones, le resultó fácil y útil su aplicación

Pilar le hace ver que lo fundamental es entender que los intereses que se generan cada periodo vuelven a generar intereses en el periodo siguiente. Y a partir de ahí, es cuestión de aplicar reglas matemáticas.

A **Jorge** le parece muy bien lo que dice **Pilar**, pero ahora se trata de seguir con el proceso de recopilar y recoger todas las expresiones y cálculos de forma ordenada y clara.

2.1.- Elementos de la capitalización compuesta.

Para aprender a calcular cada uno de ellos, vamos a partir de la expresión general del montante o capital final, que ya conocemos:

$$C_n = C_0 *(1 + i)^n$$

De tal manera que si nos proporcionan tres de sus elementos, podemos calcular el cuarto.

Recuerda, estos elementos son:

- **C_n:** Capital final del periodo n.
- **C_0:** Capital inicial del periodo 1.
- **i:** tasa o tipo de interés, expresado en tanto por uno.
- **n:** número de periodos que está impuesto el capital inicial.

Aquí te presentamos la expresión para el cálculo de cada uno de ellos; y en los siguientes apartados te indicamos cómo calcularlos.

Resumen textual alternativo

Autoevaluación

Indica qué respuesta o respuestas completan correctamente la siguiente expresión:

En la fórmula de capitalización compuesta, si el tanto por uno de interés se refiere a periodos semestrales ...

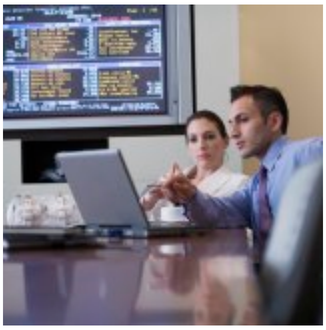
- [ ] —**n**— puede estar en años.
- [ ] —**n**— puede estar en semestres.
- [ ] Los intereses se acumulan semestralmente.
- [ ] Los intereses se acumulan anualmente.

Mostrar retroalimentación

Solución

1. Incorrecto
2. Correcto
3. Correcto
4. Incorrecto

2.2.- Cálculo del capital inicial.



En este primer apartado vamos a despejar el capital inicial —$\mathbf{C_0}$—. Y para que adquieras mayor comprensión, te ofrecemos un ejemplo resuelto.

Partimos de la expresión general de la capitalización compuesta: $C_n = C_0 * (1 + i)^n$

Donde la expresión $\mathbf{(1+i)^n}$, se denomina factor de capitalización.

Para el cálculo del capital inicial, despejamos —$\mathbf{C_0}$— de la fórmula anterior:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n} = C_n * (1+i)^{-n}$$

A la expresión $\mathbf{(1+i)^{-n}}$ se la denomina factor de actualización.

Ejercicio resuelto

Calcular el capital que hay que colocar al 5,5 % de interés compuesto anual durante 5 años, para poder disponer de un capital final de 3.500 euros.

¿Recuerdas el proceso que seguíamos en la unidad anterior?:

1. Determinar los elementos del enunciado.
2. Indicar qué expresión matemática debemos aplicar.
3. Aplicar los valores a la fórmula.

Mostrar retroalimentación

El enunciado nos ofrece los siguientes datos:

- C_n = 3500 euros.
- i = 0,055 anual.
- n = 5 años.

Como nos pide el capital inicial, aplicaremos la fórmula despejada en este apartado:

$C_0 = C_n * (1 + i)^{-n} = 3500 * (1 + 0{,}055)^{-5} = 2.677{,}97$ euros.

Autoevaluación

Un capital, colocado al 5% anual compuesto durante 4 años y medio, se ha convertido en 747,31 euros. ¿Qué respuesta, de las siguientes, expresa correctamente el capital inicial que se ha invertido?

- 784,68 euros.
- 700 euros.
- 600 euros.

No es correcto. Repasa el apartado. $C_0 = C_n * (1 + i)^{-n} = 747{,}31 * (1 + 0{,}05)^{-4,5} = 600$ euros.

Incorrecto. Debes repasar la expresión que has utilizado o los cálculos. $C_0 = C_n * (1 + i)^{-n} = 747{,}31 * (1 + 0{,}05)^{-4{,}5} = 600$ euros.

Correcto. $C_0 = C_n * (1 + i)^{-n} = 747{,}31 * (1 + 0{,}05)^{-4{,}5} = 600$ euros.

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta

2.3.- Cálculo del tipo de interés.

Vamos a ver cómo calcular otro elemento. En este caso el tipo de interés. Ya te adelantamos que la operativa es un poco más compleja. Por ello, te recomendamos que prestes atención a las transformaciones que vamos a dar.

A partir de la fórmula general y despejando:

$$C_n = C_0 * (1+i)^n \Rightarrow \frac{C_n}{C_0} = (1+i)^n \Rightarrow \left(\frac{C_N}{C_0}\right)^{1/n} = 1+i$$

donde, despejando —**i**—: $i = \left(\frac{C_n}{C_0}\right)^{1/n} - 1$

o también: $i = \left(\sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}}\right) - 1$

Ejercicio resuelto

Calcular el tipo de interés compuesto al que ha estado colocado un capital de 800 euros si al cabo de 5 años, el capital final es de 1.021,03 euros.

Para resolver el ejemplo seguiremos el proceso descrito en el apartado anterior.

Mostrar retroalimentación

Los elementos y valores que el supuesto nos propone son:

C_n = 1.021,03 euros.

C_0 = 800 euros.

n = 5 años.

Como la incógnita a calcular es el tipo de interés, aplicaremos una de las dos expresiones despejadas anteriormente:

$$i = \left(\frac{C_n}{C_0}\right)^{1/n} - 1 = \left(\frac{1.021{,}03}{800}\right)^{1/5} - 1 = 1{,}05 - 1 = 0{,}05 \Leftrightarrow 5\%\ anual$$

Al estar —**n**— expresado en años; el resultado de —**i**— es anual.

Autoevaluación

Dado un capital inicial de 10 euros; colocado al 5 % anual compuesto; durante 3 años. Indica qué expresión es correcta para determinar el capital final:

- $$10 = \frac{C_n}{1+3*0{,}05}$$
- $C_n = 10 * (1 + 0{,}05)^{1/3}$
- $C_n = 10 * (1 + 0{,}05)^3$

Incorrecto. Te pide la expresión del capital final.

No es correcto. Debes repasar las explicaciones anteriores.

Correcto. Partimos de la expresión del capital final: $C_n = C_0 * (1 + i)^n$; y en ella sustituimos: capital inicial, igual a 10; tanto por uno de interés: 0,05 anual; y número de periodos: 3 años.

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta

2.4.- Cálculo del tiempo.

Para completar el cálculo de los elementos, vamos a abordar cómo determinar el número de periodos si conocemos los demás. Aparentemente, el cálculo del número de periodos es más complejo; pues es preciso utilizar logaritmos.

Si no los has estudiado en otras etapas educativas, no te preocupes. En estos tiempos con las calculadoras y las hojas de cálculo podemos realizar innumerables cálculos de una forma sencilla. Como más adelante te indicamos.

Como siempre, partimos de la fórmula general: $C_n = C_0 + (1 + i)^n$

Para despejar —**n**—, que está como exponente de una potencia se utilizan logaritmos (que luego resolveremos con una calculadora):

$C_n = C_0 + (1 + i)^n \rightarrow \log C_n = \log C_0 + n * \log(1 + i)$

despejando: $n = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log(1+i)}$

Ejercicio resuelto

Un capital de 1.200 euros, colocado al 6 % interés compuesto anual, se ha convertido en 1.605,87 euros. Calcular el número de años.

Volveremos a aplicar el proceso ya presentado.

Mostrar retroalimentación

En primer lugar, anotamos los elementos que nos proporciona el enunciado:

C_n = 1.605,87 euros.

C_0 = 1.200 euros.

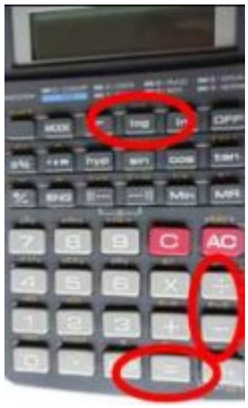
i = 0,06 anual.

Y a continuación, los sustituimos en la fórmula que nos permita calcular el número de periodos.

$$n = \frac{logC_n - logC_0}{log(1+i)} = \frac{log1.605,87 - log1.200}{log(1+0,06)} = 4,99\ años \Leftrightarrow 5\ años$$

Al ser el tanto por uno de interés, anual; el periodo obtenido, son años.

2.5.- Cálculo del tiempo con calculadora y con hoja de cálculo.



Como ya te hemos comentado, los cálculos anteriores resultan muy sencillos si se dispone de los medios adecuados. Es como cualquier profesional, que para realizar su trabajo, procura utilizar unas buenas herramientas.

En nuestro caso, estas herramientas son la calculadora y la hoja de cálculo.

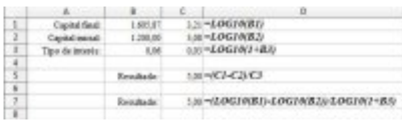
El proceso para calcular el tiempo en el ejercicio anterior, con una calculadora será:

- Introduce el capital final (1.605,87) y pulsa la tecla <log>.
- Pulsa, a continuación, la tecla <restar>.
- Introduce el capital inicial (1.200), pulsa la tecla <log> y la tecla <igual>.
- A continuación pulsa la tecla de <dividir>.
- Con el denominador, sigue el mismo proceso: teclea 1 más el tanto por uno de interés (1,06) y pulsa la tecla <log>.
- Para terminar, pulsa la tecla de igual.
- Resultado: 4,999 = 5 años.

Y con una hoja de cálculo, realizaremos los siguientes pasos.

Con el exclusivo ánimo de facilitarte la comprensión de estos cálculos, vamos a desmenuzar los pasos; éstos se pueden hacer más rápidos, si se tiene un buen conocimiento de las hojas de cálculo.

Para calcular logaritmos debemos emplear una función: **Log10**.



	A	B	C	D
1	Capital final:	1.605,87	3,21	=LOG10(B1)
2	Capital inicial:	1.200,00	3,08	=LOG10(B2)
3	Tipo de interés:	0,06	0,03	=LOG10(1+B3)
4				
5		Resultado:	5,00	=(C1-C2)/C3
6				
7		Resultado:	5,00	=(LOG10(B1)-LOG10(B2))/LOG10(1+B3)
8				

En las tres primeras filas hemos indicado:

- En la columna A hemos indicado el nombre de los elementos que conocemos.
- En la columna B, los valores de los datos anteriores. El tipo de interés, expresado en tanto por uno.
- En la columna C, hemos calculado el logaritmo de los valores anteriores. Para ello, hemos escrito, en cada una de las celdas de esta columna, la fórmula tal como aparece en la columna D.

El resultado lo hemos calculado de dos maneras:

- En la celda C5: hemos operado con el resultado obtenido en la fase anterior; es decir, una vez obtenidos los logaritmos.

- En la celda C7: hemos operado directamente. Es decir, hemos calculado el resultado a partir de los valores iniciales (columna B).

3.- Diferencia entre capitalización simple y compuesta.

Caso práctico

Jorge le muestra a **Pilar** todo lo que ha recopilado, tanto de capitalización simple, como compuesta.

Pilar percibe que **Jorge** está orgulloso del trabajo realizado y además se le nota que, tras el repaso y recordatorio de las relaciones de ambas leyes financieras, muestra su mayor confianza y seguridad.

Por ello **Pilar** le propone que realice también, en su cuaderno, una comparativa entre capitalización simple y compuesta.

Para realizar esta análisis comparativo ¿por dónde empezamos?

Lógicamente por las expresiones que permiten calcular el valor del montante o capital final en cada uno de las dos clases de capitalización:

En capitalización compuesta es:

$$C_n = C_0 * (1 + i)^n$$

Y en capitalización simple:

$$C_n = C_0 * (1 + i * n)$$

Como nos proponemos comprobar, tanto desde el punto de vista analítico, como gráfico, las diferencias que hay entre ambas expresiones para diferentes unidades de tiempo, vamos a desarrollarlos para diferentes valores de **-n-**:

Expresiones para calcular el capital final en capitalización compuesta y simple.

Número periodos	Capitalización compuesta	Capitalización simple
0	C_0	C_0
0,5	$C_{0,5} = C_0 * (1 + i)^{0,5}$	$C_{0,5} = C_0 * (1 + i * 0,5)$
1	$C_1 = C_0 * (1 + i)^1$	$C_1 = C_0 * (1 + i * 1)$
2	$C_2 = C_0 * (1 + i)^2$	$C_2 = C_0 * (1 + i * 2)$
3	$C3 = C_0 * (1 + i)^3$	$C_3 = C_0 * (1 + i * 3)$
...	...	...
n	$C_n = C_0 * (1 + i)^n$	$C_n = C_0 * (1 + i * n)$

3.1.- Ejemplo comparativo de capitalización simple y compuesta.

¿Cuál te parece que es el mejor método para comprobar las similitudes y diferencias entre ambos tipos de capitalización? Con un ejemplo. ¿No te parece?

Por ello, en este apartado vamos a aplicar a las expresiones anteriores unos valores determinados. De tal manera que podamos ver, tanto en los resultados, como gráficamente, la evolución de ambos tipos de capitalización.

Con los siguientes valores vamos a expresar el resultado, numérica y gráficamente, para ambas:

C_0 = 30.000 euros

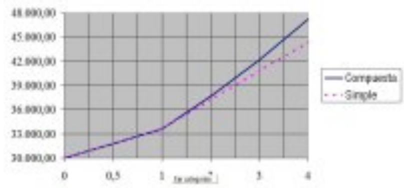
i = 0,12 anual

n = 4 años

Comparativa de capitalización compuesta y simple.

Número periodos	Capitalización compuesta	Relación	Capitalización Simple
0	C_0 = 30.000	**=**	C_0 = 30.000
0,5	$C_{0,5}$ = 30.000 * $(1+0,12)^{0,5}$ = 31.749,02	**<**	$C_{0,5}$ = 30.000 * (1 + 0,12 * 0,5) = 31.800
1	C_1 = 30.000 * $(1+0,12)^1$ = 33.600	**=**	C_1 = 30.000 * (1 + 0,12 * 1) = 33.600
2	C_2 = 30.000 * $(1+0,12)^2$ = 37.632	**>**	C_2 = 30.000 * (1 + 0,12 * 2) = 37.200
3	C_3 = 30.000 * $(1+0,12)^3$ = 42.147,84	**>**	C_3 = 30.000 * (1 + 0,12 * 3) = 40.800
4	C_4 = 30.000 * $(1+0,12)^4$ = 47.205,58	**>**	C_4 = 30.000 * (1 + 0,12 * 4) = 44.400

Estos valores representados gráficamente quedan así:



Conclusiones:

- Para **n=0** (momento inicial) y para **n=1**, el capital final coincide en ambos tipos de capitalización.
- Para un período inferior a 1, el capital final calculado por capitalización simple es mayor que el calculado por capitalización compuesta.
- Para cualquier periodo superior a 1, será siempre mayor el capital final obtenido por capitalización compuesta.

4.- Tantos equivalentes.

Caso práctico

Con todo el material recopilado, **Pilar** le comenta a **Jorge** que un aspecto muy importante que falta por desarrollar es la equivalencia que hay entre los tantos de interés en capitalización compuesta.

Jorge muestra su satisfacción con todo lo realizado hasta el momento, y reconoce que no estará completo hasta que recoja este aspecto que le comenta **Pilar**.

Ambos coinciden en que el concepto de equivalencia es fundamental. Porque las operaciones no se realizan habitualmente en plazos anuales, sino en periodos mensuales, trimestrales e incluso semestrales. Por ello es tan fundamental el concepto de equivalencia financiera.

La definición de tantos equivalentes que ya has visto en la unidad anterior, es válida también en ésta: dos tantos, expresados en distintos periodos, **son equivalentes** cuando aplicados a un mismo capital y durante un mismo periodo de tiempo, generan el mismo interés y por tanto, el mismo capital final.

¿Crees que la relación de proporcionalidad de capitalización simple, también se da en capitalización compuesta?

Pues no. La relación de proporcionalidad que se da en la capitalización simple no es válida para la compuesta, ya que al calcular los intereses de cada periodo sobre el capital inicial del mismo, el cálculo se hace, cada periodo, sobre una base cada vez más grande.

4.1.- Cálculo de tantos equivalentes.

Aplicar tantos equivalentes quiere decir que resulta indiferente colocar un euro durante un año a un interés anual **(i)**; que colocar el mismo euro durante **(k)** subperiodos anuales (meses, trimestres,...) al tanto efectivo de ese subperiodo **(i_k)**.

Recuerda que en los procesos de capitalización tiene que haber concordancia entre los períodos (años, trimestres, meses,...) y el tipo de interés aplicado (anual, trimestral, mensual,...). **(k)** indica el número de periodos en que se divide el año y por lo tanto, el número de veces que en un año, se acumulan los intereses.

Esta afirmación expresada matemáticamente es:

$$(1+i)=(1+i_k)^k$$

Igualdad fundamental de los tantos equivalentes.

A partir de esta expresión, podemos calcular cada uno de los tantos:

Ejercicio resuelto

Después de lo explicado, vamos a demostrar que se obtiene el mismo capital final, a partir de un capital inicial de 6.000 euros, colocado durante 3 años; aplicando un tipo de interés del 6% anual y su equivalente mensual.

Proceso:

1. Calcular el tanto por uno mensual equivalente al 6% anual.
2. Determinar los capitales finales con ambos tantos.

Mostrar retroalimentación

El tanto mensual equivalente al 6% anual será:

$$i_{12}=(1+0,06)^{1/12}-1=0,00486755$$

Conocidos ambos tipos de interés, determinemos el capital final en ambos casos:

Con un tanto anual del 0,06 en 3 años:

$$C_n=C_0*(1+i)^n=6.000*(1+0,06)^3=7.146,10 \text{ euros}$$

Con un tanto mensual de 0,00486755 en 36 meses (3 * 12 meses):

$$C_n=C_0*(1+i)^n=6.000*(1+0,00486755)^{3*12}=7.146,10$$

Autoevaluación

Indica cuál es el tanto anual equivalente, al 2% trimestral en capitalización compuesta:

- 8,16 %.
- 8,24 %.
- 4,04 %.

No es correcto. Repasa los cálculos que has realizado.

Correcto. $i=(1+i_4)^4-1=(1+0,02)^4-1=0,082432$ → 8,24% anual

Incorrecto. Debes repasar todo el apartado.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto

4.2.- ¿Qué son los tantos nominales?

Si has realizado operaciones con alguna entidad financiera, esto que estás estudiando te parecerá teórico, pues ninguna entidad te habla de tantos efectivos. ¿Cómo expresan el interés de las operaciones que realizas con ellas? Normalmente no le ponen "apellidos", pero no es lo mismo unos tipos que otros.

El tanto nominal es otra forma de expresar el tanto de interés en capitalización compuesta. Por ello es importante que sepamos diferenciarlo de los tantos efectivos.

Aunque ahora te resulte un poco complicado recordarlo, no olvides los siguientes aspectos:

- El tanto nominal **no se utiliza** para resolver ejercicios; siempre debe transformarse al tanto efectivo **proporcional**.
- El tanto nominal, que **siempre es anual**, se expresa como: —J_k—.
- El tanto nominal se expresa como **"tanto nominal convertible (periodo)"; o como "tanto nominal capitalizable (periodo)".**
- El tanto nominal **es proporcional al tanto efectivo** del período que exprese: $J_k = K * i_k$

Por lo tanto, a partir de un tanto nominal, el tanto efectivo del periodo se obtendrá:

$$i_k = \frac{J_k}{k}$$

Siendo k el número de veces que el subperiodo está contenido en un año.

Tantos nominales

Formas de enunicar los tantos nominales	¿Cómo se expresan?	Cálculo del tanto equivalente
Tanto nominal capitalizable semestralmente del 8%.	J_2=0,08	$i_2 = \frac{J_2}{2} = \frac{0{,}08}{2} = 0{,}04\ semestral$
Tanto nominal del 10% convertible por trimestres.	J_4=0,10	$i_4 = \frac{J_4}{4} = \frac{0{,}10}{4} = 0{,}025\ trimestral$
Tanto nominal del 12% capitalizable por meses.	J_{12}=0,12	$i_{12} = \frac{J_{12}}{12} = \frac{0{,}12}{12} = 0{,}01\ mensual$

De lo dicho hasta ahora, podemos concluir que hay varias formas de enunciar el tipo de interés compuesto:

1. Tanto anual para períodos anuales: —**i**—.
2. Tanto **k-esimal** para períodos k-esimales.
3. Tanto nominal —**J_k**— capitalizable o convertible —**k**— veces al año. Que siempre deberemos convertir para realizar los cálculos con el tanto efectivo —**i_k**—.

Autoevaluación

Indica la respuesta correcta como tanto efectivo anual equivalente, correspondiente al 9% nominal capitalizable por meses:

- 0,75 %.
- 7,50 %.
- 9,38 %.

Incorrecto. Esta respuesta se corresponde con el tanto efectivo mensual.

No es correcta. Esta respuesta se "parece" al tanto efectivo mensual.

Correcto. En primer lugar calculamos el tanto efectivo mensual:

$$i_{12} = \frac{j_{12}}{12} = \frac{0{,}09}{12} = 0{,}0075 \Rightarrow 0{,}74\%\ \textit{efectivo mensual}$$

Para a continuación determinar el tanto anual equivalente a este tipo mensual:

$$i = (1+i_{12})^{12} - 1 = 0{,}0938 \Rightarrow 9{,}38\%\ \textit{efectivo anual}$$

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta

5.- Tasa Anual Equivalente.

Caso práctico

Jorge le comenta a **Pilar** que aunque la entidad financiera no suelen utilizar esta terminología de interés efectivo, o de interés nominal, sino sólo de interés, siempre indican la Tasa Anual Equivalente de las operaciones que oferta.

Pilar le recuerda que es importante el matiz entre interés efectivo y nominal. Y por ello, para evitar confusiones, el Banco de España ha establecido que las entidades financieras tiene la obligación de indicar la TAE.

En el último apartado de la unidad 1, ya explicamos qué era la Tasa Anual Equivalente. Recuerda que la definíamos como: un indicador que, en forma de tanto por ciento anual, revela el **coste o rendimiento efectivo de un producto financiero**, ya que incluye el interés, los gastos y las comisiones bancarias.

La TAE la vamos a calcular, en todo caso, con referencia a una determinada operación financiera, normalmente realizada entre una entidad financiera y un cliente (persona física o entidad).

Para su cálculo debemos tener en cuenta la comisión y demás gastos que el cliente esté obligado a pagar a la entidad como contraprestación por el crédito recibido o los servicios inherentes al mismo.

No se considerarán:

- Los gastos por transferencia de los fondos debidos por el cliente.
- Los gastos a abonar a terceros (corretaje, gastos notariales, impuestos, …).
- Los gastos por seguros o garantías.

5.1.- ¿Qué tipo de interés es la Tasa Anual Equivalente?

Seguro que te parece importante esta información sobre la TAE. Pero pensando en los objetivos de este módulo, te preguntarás ¿y cómo integro todos estos elementos en una fórmula para calcular la tasa de interés?

Vamos a intentar explicártelo. Como su nombre indica: **TAE: Tasa Anual Equivalente**; expresa el tipo de interés anual. Esto va a suponer que cuando hayamos determinado el coste o rendimiento efectivo de un producto financiero, debemos pasarlo a tanto equivalente anual, si está expresado en otro periodo.

La Tasa anual/porcentual equivalente es el tipo de interés anual que iguala, en cualquier fecha, el valor actual de los efectivos recibidos y entregados a lo largo de la operación.

Valor actual "cantidades recibidas" = valor actual "cantidades entregadas"

Si el Valor actual de las "cantidades recibidas":

$VA = R_1(1+i_k)^{-1} + R_2(1+i_k)^{-2} + R_3(1+i_k)^{-3} + \ldots\ldots + R_n(1+i_k)^{-n}$

Y el Valor actual de las "cantidades entregadas":

$VA = E_1(1+i_k)^{-1} + E_2(1+i_k)^{-2} + E_3(1+i_k)^{-3} + \ldots\ldots + E_n(1+i_k)^{-n}$

La incógnita es el valor de —i_k— que iguale ambas expresiones. Siendo —**k**—, el periodo de tiempo elegido para expresar los periodos de entregas en número entero: meses, trimestres, semestres,…

Una vez calculado —i_k— deberemos pasarlo a tanto anual equivalente —**i**—; y éste tanto, es al que denominamos TAE.

Este cálculo puede ser complicado o puede resultar sencillo. Todo va a depender de las herramientas que dispongamos para su cálculo.

Autoevaluación

Nos han concedido un préstamo de 6.000 euros a devolver en 24 cuotas mensuales de 255 euros, a razón de un 0,16 % mensual;

equivalente al 1,93 % anual. Indica qué respuesta es la TAE:

- 0,16 %.
- 1,93 %.

No es correcto. 0,16% es el tanto efectivo mensual.

Correcto. La TAE es el tanto anual equivalente al tipo de interés aplicado en la operación.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta

5.2.- Cálculo de la Tasa Anual Equivalente.

Hay otras formas de calcular la TAE, pero hacerlo con una hoja de cálculo es algo sencillo y además tiene la ventaja de que ya la tenemos instalada en nuestro ordenador.

Para ello utilizaremos la función TIR.

El proceso es: anotamos en una columna, y sin filas en blanco, los siguientes datos:

- Cantidades **recibidas** con signo negativo. Es decir el capital recibido menos las comisiones y gastos satisfechos a la entidad financiera.
- A continuación y una debajo de otra, cada una de las cantidades **entregadas o pagos** que hay que realizar para cancelar la deuda. Con la salvedad de que todos deben referirse a la misma unidad de tiempo (mensuales, trimestrales, …)
- Y en la última línea la fórmula: **=TIR (rango de celdas)**

Ejercicio resuelto

Por la concesión de un crédito de 6.000 euros, la entidad nos cobra una comisión del 1%; y los plazos para devolverlo son: 12 plazos mensuales de 505 euros cada uno.

¿Qué datos nos aporta el enunciado?:

- Valor actual de la cantidad recibida: 6.000 euros menos la comisión (1% = 60 euros); es decir, 5.940 euros.
- Pagos a realizar para devolverla: 12 plazos de 505 euros cada uno.

¿A qué tasa anual (TAE) resulta la operación?

Mostrar retroalimentación

En la imagen siguiente, puedes visualizar el proceso que hemos seguido para calcularla.

Aplicando la función TIR, obtenemos que esta operación se ha realizado a un tipo por uno de interés del 0,3091% **mensual (i_{12}).**

Y aplicando la relación de equivalencia financiera:

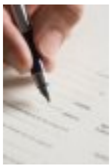
$$i = (1+i_4)^4 - 1 = (1+0{,}003091)^{12} - 1 = 0{,}0377 \Rightarrow 3{,}77\%$$

Por lo tanto la Tasa Anual Equivalente es igual a 3,77 %

	A	B	C
1	**Cantidad recibida**	-5.940,00	
2		505,00	
3		505,00	
4		505,00	
5		505,00	
6		505,00	
7	**Cantidades entregadas**	505,00	
8		505,00	
9		505,00	
10		505,00	
11		505,00	
12		505,00	
13		505,00	
14	*TIR (B1:B13)*	0,3091%	*mensual*
15	*TAE: $i=(1+i_{12})^{12}-1$*	**3,77%**	*anual*

Anexo.- Licencias de recursos.

Licencias de recursos utilizados en la Unidad de Trabajo.

Recurso (1)	Datos del recurso (1)	Recurso (2)	Datos del recurso (2)
	Autoría: Latinstock. Licencia: Uso educativo para plataformas públicas de FPaD. Procedencia: Latinstock: 42-18833014_ok		Autoría: Latinstock. Licencia: Uso educativo para plataformas públicas de FPaD. Procedencia: Latinstock: 42-26240378_ok
	Autoría: Latinstock. Licencia: Uso educativo para plataformas públicas de FPaD. Procedencia: Latinstock: 42-17709603_ok		Autoría: Photodisc. Licencia: Uso educativo no comercial para plataformas públicas de Formación Profesional a distancia. Procedencia: CD-DVD Num. V07
	Autoría: Photodisc. Licencia: Uso educativo no comercial para plataformas públicas de Formación Profesional a distancia. Procedencia: CD-DVD Num. V07		Autoría: Photodisc. Licencia: Uso educativo no comercial para plataformas públicas de Formación Profesional a distancia. Procedencia: CD-DVD Num. V07
	Autoría: Latinstock. Licencia: Uso educativo para plataformas públicas de FPaD. Procedencia: Latinstock: CB035770_ok		Autoría: Photodisc. Licencia: Uso educativo no comercial para plataformas públicas de Formación Profesional a distancia. Procedencia: CD-DVD Num. V07