UT01. Mecánica ondulatoria

UT01. Mecánica ondulatoria

1. Movimiento armónico simple

Para estudiar el movimiento armónico simple este tipo de movimiento se empezará analizando los movimientos periódicos, en particular el movimiento circular uniforme, el movimiento de un péndulo y el movimiento de un muelle. Una vez hecho esto, se estudiarán las características del movimiento armónico simple como la velocidad, la aceleración y la energía.

Debes conocer

El Sistema Internacional de Unidades.
La acústica utiliza magnitudes. Una magnitud es un número acompañado de la unidad que expresa, así como de los prefijos correspondientes. Visite la página del Centro Metrológico Español para familiarizarte con las magnitudes, sus unidades, prefijos...

Página del Centro Metrológico Español

Para saber más

Las unidades de medida se han ido configurando a través de convenciones que se celebran periódicamente desde 1899, si quiere conocer en qué convención se definió cada una de las unidades puede visitar la página de la Oficina Internacional de Pesos y Medidas.

Oficina Internacional de Pesos y Medidas

1.1 Movimientos periódicos

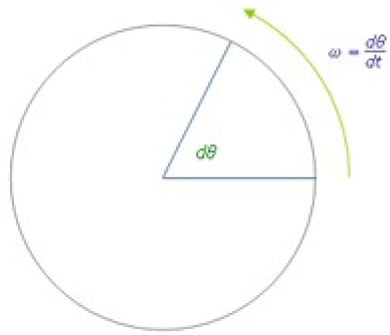
Un movimiento periódico es aquel en el que el cuerpo pasa por la misma posición, con la misma velocidad y aceleración después de un intervalo de tiempo al que se denomina periodo.

Un tipo particular de movimiento periódico es el movimiento oscilatorio, en el que la trayectoria del cuerpo es de vaivén, es decir, se separa de su posición de reposo una distancia máxima, amplitud, y luego vuelve. Si el origen del movimiento coincide con la mitad de la trayectoria se dice que es un movimiento vibratorio. Habitualmente el periodo de un movimiento vibratorio es muy pequeño.

Se estudiarán tres movimientos periódicos, bastante habituales, tanto en la naturaleza, como en la vida diaria, el movimiento circular uniforme, el péndulo y el muelle.

1.1.1 Movimiento circular uniforme

Este movimiento es muy habitual en nuestro entorno, piensa, por ejemplo, en la rueda de un vehículo, un motor, las manecillas de un reloj, una piedra atada con una cuerda, una ruleta ideal...



Todos realizan un movimiento circular uniforme. Es decir, un movimiento alrededor de un centro fijo y con una velocidad angular, ω, constante y, por lo tanto, una aceleración angular nula. La trayectoria del movimiento que describen es una circunferencia. Puesto que la velocidad angular es constante, se puede considerar que durante un tiempo t, medido en segundos, recorren un ángulo θ, medido en radianes. Y tenemos que la velocidad angular es el ángulo recorrido por unidad de tiempo, si hacemos que el tiempo sea infinitesimal el ángulo recorrido también lo será.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (1.1)$$

Integrando se llega a que el ángulo recorrido por un objeto que tiene un movimiento circular uniforme es una función del tiempo:

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0 \quad (1.2)$$

La ecuación (1.2) nos indica la posición del objeto en función del tiempo, donde θ_0 es la posición que ocupa el cuerpo al inicio del tiempo, cuando $t = 0$.

De la propia definición de movimiento circular uniforme sabemos que es un movimiento periódico, entonces cuando pase un periodo de tiempo, T, el objeto ocupará la misma posición:

$$\theta(t) = \theta(t+T) \quad (1.3)$$

Durante este periodo el objeto ha recorrido un ángulo de 2π radianes, es decir, ha descrito una vuelta completa, con una velocidad angular constante, por lo que podemos calcular el periodo como:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1.4)$$

¿Cuántas vueltas dará el objeto por unidad de tiempo? A esta pregunta se puede responder fácilmente calculando la inversa del periodo, a esta nueva variable se la denomina frecuencia, *ν*, cuyas unidades son inverso de tiempo, el hertzio:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.5)$$

Ahora, vamos a proyectar la posición del cuerpo a lo largo de la trayectoria circular sobre el diámetro vertical, eje *Y* de la circunferencia. Observaremos que la proyección se mueve arriba y abajo, pasando por el centro de la circunferencia. Cuando el cuerpo ha realizado una vuelta completa, a lo largo de la trayectoria circular, la proyección sobre el diámetro ha recorrido dos veces el diámetro. El movimiento de la proyección a lo largo del diámetro también es un movimiento periódico puesto que el cuerpo que lo genera tiene un movimiento periódico.

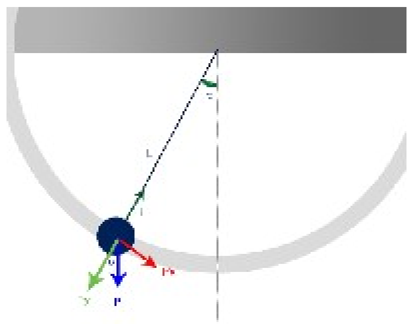
Fácilmente se puede llegar a deducir la ecuación del movimiento de la proyección. Sabemos que esta proyección no es más que el seno del ángulo que forme la línea que une el centro de la circunferencia con el cuerpo. Y, puesto que el movimiento circular tiene una velocidad constante, sabemos que cuando han pasado t segundos el cuerpo se habrá desplazado un ángulo ωt, al que habrá que sumar el ángulo que formase antes de empezar el movimiento, φ. La distancia máxima que se separará la proyección del centro de la circunferencia, que tomaremos como origen del movimiento será la amplitud, por lo que podemos escribir la siguiente ecuación:

$$y(t) = A^{*} sen(\omega t + \varphi) \quad (1.6)$$

Es decir, la proyección realiza un movimiento armónico simple a lo largo del diámetro de la circunferencia del movimiento circular uniforme.

1.1.2 Péndulo

Un péndulo es una masa, *m*, que cuelga de un punto fijo gracias a un hilo inextensible y sin masa de longitud *l*. La masa se encuentra en reposo cuando el hilo se mantiene en posición vertical.



Ahora vamos a separar la masa de la posición de equilibrio haciendo que el hilo forme un ángulo θ con la vertical. Sobre la masa actúan las siguientes fuerzas:

- La tensión de la cuerda.
- El peso debido a la atracción gravitacional de la masa. Este se puede descomponer en sus dos componentes:
  - Componente **radial**, de igual magnitud que la tensión de la cuerda y opuesto a esta.
  - Componente **tangencial**, es el causante del movimiento de la masa para volver a su posición de reposo, que se puede calcular mediante:

$$F = -m * g * sen\theta \quad (1.7)$$

El signo negativo indica que la fuerza generadora del movimiento es opuesta a la elongación.

Cuando se suelta la masa esta vuelve a su posición de equilibrio, pero la velocidad alcanzada durante la trayectoria provoca que se pase de este punto y recorra un ángulo igual pero en sentido contrario, cuando la energía cinética se acaba vuelve a empezar.

En la ecuación 1.7 sustituimos el seno por su definición, y aplicamos la segunda ley de Newton:

$$a = -g * \frac{x}{l} \quad (1.8)$$

donde x es la distancia del cuerpo a la vertical. En la ecuación 1.8 sustituimos la aceleración por su definición y llegamos a la ecuación del péndulo simple que nos permite calcular la distancia del cuerpo respecto a la vertical en función del tiempo:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{g}{l}x=0 \quad (1.9)$$

Una solución de esta ecuación 1.9 es la ecuación del movimiento armónico simple:

$$x(t)=A^{*}sen\left(\sqrt{\frac{g}{l}t+\varphi}\right)=A^{*}sen(\omega t+\varphi) \quad (1.10)$$

donde:

- *A*, es la amplitud, distancia máxima del cuerpo a la vertical.
- $\sqrt{\frac{g}{l}t+\varphi}$,es la fase del movimiento en el instante *t*.
- $\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}$, es la frecuencia angular.
- φ, es la fase inicial, la fase en $t = 0$, la posición del móvil antes de empezar el movimiento.

Reflexiona

¿Dependerá la forma de la ecuación 1.10 del valor de la fase inicial?

El movimiento de un péndulo es periódico por lo que después de un periodo el cuerpo se encontrará en la misma posición:

$$x(t)=x(t+T) \quad (1.11)$$

Despejando se puede calcular el periodo del péndulo como:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.12)$$

Autoevaluación

Un cuerpo realiza un movimiento en el que cada cierto tiempo pasa por la misma posición, tiene la misma velocidad y aceleración. Ese tiempo se denomina:

- Frecuencia.
- Periodo.
- Fase.
- Velocidad angular.

No. La frecuencia es el número de sucesos por unidad de tiempo.

Sí. El periodo es el tiempo que tarda el cuerpo en tener todas las características iguales, posición, velocidad, aceleración...

No. La fase es el argumento de la función trigonométrica que define el movimiento.

No. La velocidad angular indica el número de radianes que recorre el cuerpo por unidad de tiempo.

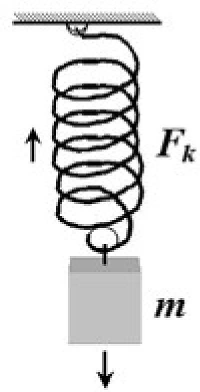
Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

1.1.3 Muelle

En este caso, un cuerpo de masa *m* está unido a un punto fijo en el techo o plano superior mediante un muelle. Para facilitar los cálculos vamos a suponer que el muelle no tiene masa y que cumple la ley de Hooke. Esta ley indica que cuando separo el cuerpo de su posición de equilibrio, aparece una fuerza elástica, que se opone a ese desplazamiento y que trata de llevar el cuerpo a su posición original.

$$F = -K \cdot x \quad (1.13)$$



donde *F* es la fuerza elástica que aparece para devolver al cuerpo a su posición inicial; *K* es la constante de proporcionalidad, o constante elástica del muelle, y *x* es la distancia que separo al cuerpo de su posición inicial. Observamos que cuanto mayor sea la distancia que se separa el cuerpo del origen, mayor será la fuerza elástica que tiene que ejercer el muelle para devolverlo al origen.

En la ecuación 1.13 sustituimos la fuerza por su definición según la segunda ley de Newton y la aceleración es la derivada segunda del espacio respecto al tiempo, y llegamos a la ecuación:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m} \cdot x = 0 \quad (1.14)$$

La solución de la ecuación 1.14 es:

$$x(t) = A \cdot sen\left(\sqrt{\frac{K}{m}}t + \varphi\right) = A \cdot sen(\omega t + \varphi) \quad (1.15)$$

donde:

- *A*, es la amplitud, distancia máxima que el cuerpo se separa de su posición de equilibrio, se mide en metro.

- $\sqrt{\frac{K}{m}}t+\varphi$, es la fase del movimiento en el instante *t*, medido en radian.
- φ, es la fase inicial, la fase en $t = 0$, la posición del móvil antes de empezar el movimiento, en radian.
- $\omega=\sqrt{\frac{K}{m}}$, es la frecuencia angular, cuyas unidades son rad·s^{-1}.

Por lo tanto, el movimiento de un cuerpo unido a un muelle sin masa que cumpla la ley de Hooke realiza un movimiento armónico simple. Como tal movimiento armónico es periódico, es decir, después de un tiempo igual al periodo todos los valores de posición, velocidad y aceleración serán iguales:

$$x(t)=x(t+T) \quad (1.11)$$

Despejando podemos definir el periodo como:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad (1.16)$$

Encontramos que el periodo no depende del tiempo sino de la masa del cuerpo y la constante elástica del muelle, por lo que podemos decir que el muelle realiza un movimiento isócrono.

1.2 Velocidad y aceleración del movimiento armónico simple

Una vez que se ha deducido la ecuación fundamental del movimiento armónico simple, la ecuación que se va a utilizar es la siguiente:

$$x(t) = A \cdot sen(\omega t + \varphi) \quad (1.17)$$

Con la ecuación 1.17 podemos calcular la posición del cuerpo en cualquier instante. ¿Se podría calcular la velocidad o la aceleración del cuerpo?

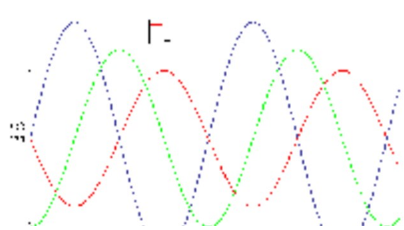
Nada más sencillo, sólo hay que recordar que la definición de velocidad es el espacio recorrido en un determinado tiempo, en definitiva que la velocidad es la derivada de la ecuación del espacio respecto del tiempo:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.18)$$

Y la aceleración es la derivada de la velocidad respecto del tiempo, o la derivada segunda del espacio respecto al tiempo:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 \cdot A \cdot sen(\omega t + \varphi) = -\omega^2 \cdot x \quad (1.19)$$

En la figura se han representado cada una de las tres variables frente al tiempo, puedes observar el desfase existente entre cada una de ellas. Así se puede ver que la aceleración adquiere un valor máximo cuando el cuerpo se encuentra en la amplitud, y que es de signo contrario, esto quiere decir que el movimiento se realizará hacia la posición de equilibrio. También se puede ver que cuando el cuerpo se encuentra en la amplitud la velocidad es cero, lo que implica que cuando el cuerpo llega a la amplitud se detiene durante una fracción de tiempo antes de empezar a moverse en sentido contrario. Y que cuando el cuerpo pasa por el origen la velocidad es máxima.



Para saber más

En la red existen multitud de sitios en los que se pueden ver las modificaciones que se producen en la posición, la velocidad y la aceleración del movimiento armónico simple con el tiempo. Visita alguno de ellos, aquí tienes una dirección de ejemplo.

Movimiento vibratorio armónico simple

Autoevaluación

La fuerza responsable del movimiento del péndulo es:

- ○ La componente radial del peso.
- ○ La tensión de la cuerda.
- ○ La componente tangencial del peso.
- ○ La fuerza de la gravedad.

No. La componente radial del peso se opone a la tensión de la cuerda.

No. La tensión de la cuerda mantiene a la masa al final de la cuerda.

Sí. La componente tangencial es la responsable de devolver a la masa a su punto de equilibrio.

No. La fuerza de la gravedad atrae a la masa al centro de la Tierra.

Solución

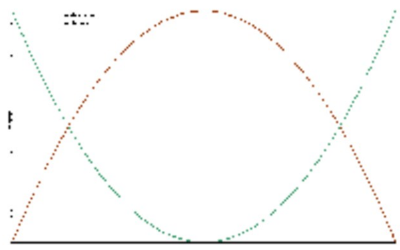
1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

1.3 Energía del movimiento armónico simple

Cuando un cuerpo realiza un movimiento armónico simple, y se encuentra en la posición más alejada del punto central de la trayectoria, es decir, en la amplitud, durante un instante, el cuerpo no se mueve, es decir, toda la energía del cuerpo es energía potencial, E_p.

$$E_t = E_p = \frac{K \cdot A^2}{2} \quad (1.20)$$

donde K es la constante elástica del medio, definida por la ley de Hooke.



El cuerpo intenta recuperar su posición de equilibrio en el centro de la trayectoria y empieza a moverse, durante el movimiento el cuerpo además de la energía potencial debida a su posición tiene energía cinética, E_c, debida a su movimiento.

$$E_t = E_c = \frac{m \cdot v_0^2}{2} \quad (1.21)$$

el subíndice de la velocidad indica únicamente que es la velocidad del cuerpo al pasar por el origen de coordenadas, y, por tanto, es la velocidad máxima.

El sistema es conservativo, es decir, que la energía total del sistema se mantiene constante a lo largo del tiempo, lo que indica que cuando el cuerpo se encuentra en la posición más alejada del origen, la energía total es energía potencial, mientras que cuando pasa por el origen toda la energía es cinética. En cualquier punto intermedio la energía total será la suma de la energía potencial y cinética.

$$E_t = E_p + E_c = \frac{K \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2} \quad (1.22)$$

Ahora, se introduce el espacio recorrido por un cuerpo que describe un movimiento armónico simple, ecuación 1.17, y la velocidad del mismo, ecuación 1.18, se puede calcular le energía del movimiento armónico simple:

$$E_t = E_p + E_c = \frac{K \cdot A^2 \cdot sen^2(\omega t + \varphi)}{2} + \frac{m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi)}{2} \qquad (1.23)$$

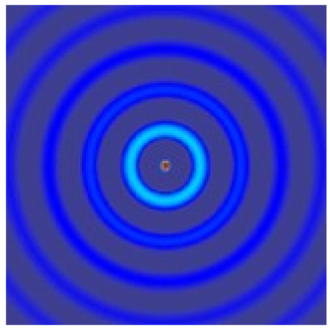
2. Ondas

Un niño lanza piedras al agua, con la intención de acercar la pelota que se le ha caído. Las olas creadas por el niño en el agua son ondas, que hacen oscilar la pelota pero sin acercarla a la orilla. La razón por la que estas ondas no son capaces de modificar la posición de la pelota es que transmiten energía sin movimiento de materia. Se verá que cada punto está animado por un movimiento armónico simple y por tanto oscila alrededor de su punto de equilibrio, pero no se mueve más allá de su amplitud.

Se empezará por estudiar la ecuación general del movimiento ondulatorio para después pasar a estudiar algunos de los tipos de ondas.

2.1 Ecuación general del movimiento ondulatorio

Un punto del medio realiza un movimiento armónico simple, la razón de este movimiento es una perturbación que lo desplaza de su posición de equilibrio. A este punto le denominamos foco. El foco, debido a la inercia, vuelve a su posición de reposo, y, al hacerlo, provoca un desplazamiento de los puntos que se encuentran alrededor. La conclusión es que el desplazamiento que se produjo en el foco se transmite por el medio. A esta transmisión es a lo que denominamos onda y a medida que se aleja del foco va perdiendo energía, y tarda un tiempo en llegar a un punto alejado del foco.



Una onda es la propagación de una perturbación en un medio material. Los sucesivos puntos del medio oscilarán sobre su posición de equilibrio pero no se trasladarán, por lo que una onda es la transmisión de energía sin transporte de materia.

En un medio material se puede propagar cualquier magnitud como la presión, o la energía, o la densidad o cualquier otro, a la que denominamos Ψ. Podemos calcular el valor de esa magnitud en cualquier punto del medio alejado del foco y en cualquier instante según la siguiente ecuación:

$$\psi(r,t) = \frac{r_0}{r} \cdot f\left(t - \frac{r}{v}\right) \quad (1.24)$$

donde:

- r_0, es el tamaño del foco.
- r, es la distancia que separa el punto del medio y el foco.
- v, es la velocidad con la que la energía del movimiento ondulatorio se transmite por el medio, que no hay que confundir con la velocidad a la que oscila cada punto del medio que se mueve con un movimiento armónico simple.

A medida que nos alejamos del foco el cociente entre el radio del foco, r_0, que no aumenta con el tiempo, y la distancia a la que se encuentra el punto, *r*, se va haciendo cada vez más pequeño, y lo podemos considerar como constante. Si sólo consideramos el movimiento de la onda en uno de los ejes de coordenadas:

$$\psi(x,t)=C\cdot f\left(t-\frac{x}{v}\right) \quad (1.25)$$

La ecuación 1.25 es la ecuación de una onda plana, sólo se desplaza en uno de los ejes de coordenadas, y tienen la particularidad de que todos los puntos afectados por esta onda se mueven a la vez, es decir, están en fase. A este plano se le conoce como frente de onda.

Tomamos derivadas parciales de la ecuación 1.25 respecto a cada una de las variables de la magnitud que se propaga como una onda, es decir, el espacio y el tiempo, y reordenamos:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \quad (1.26)$$

Hemos encontrado la ecuación general de las ondas planas o ecuación de D'Alembert, que se puede generalizar al espacio tridimensional:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \quad (1.27)$$

Autoevaluación

Al punto que tiene un movimiento armónico simple y que es el origen de un movimiento ondulatorio se le conoce como:

- ○ Número de onda.
- ○ Longitud de onda.
- ○ Foco.
- ○ Punto de D'Alembert.

No. El número de onda es el número de veces que la longitud de onda está contenida en una vuelta completa.

No. La longitud de onda es la distancia que separa dos puntos que están en fase.

Sí. El foco de una onda realiza un movimiento armónico simple.

No. A D'Alembert se le conoce por describir la ecuación general del movimiento ondulatorio, entre otras cosas.

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

2.2 Tipos de ondas

Si el movimiento de las partículas del medio en el que viaja una onda se puede describir mediante la ecuación del movimiento armónico simple, entonces se dice que la onda es armónica. Dependiendo de la dirección del movimiento de las partículas del medio en relación con el movimiento general de desplazamiento de las ondas las ondas pueden ser longitudinales o transversales.

Ondas periódicas

En apartados anteriores hemos visto que los movimientos periódicos los son porque cada intervalo de tiempo denominado periodo, el movimiento se repite. En el caso de los movimientos ondulatorios ocurre algo similar, es decir, todos los puntos del medio repiten el mismo valor de la magnitud que se propaga cuando pasa un periodo.

Para que un movimiento ondulatorio sea periódico basta con que sea periódico el movimiento del foco. El movimiento periódico más habitual, y que ya hemos estudiado, es el movimiento armónico simple. Entonces, para que una onda sea periódica es suficiente con que el foco realice un movimiento armónico simple:

$$\psi(t) = A \cdot sen(\omega t + \varphi) \quad (1.28)$$

La ecuación del movimiento armónico simple que realizará un punto alejado del foco una distancia *x*, al que llegará la onda *t*' segundos después de iniciarse el movimiento en el foco será:

$$\psi(t) = A \cdot sen\left[\omega(t - t') + \varphi\right] \quad (1.29)$$

Sustituimos la frecuencia angular por su valor según la ecuación 1.4, y de la definición de velocidad despejamos el tiempo que tarda la onda en llegar al punto *x*:

$$\psi(x,t) = A \cdot sen\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right] \quad (1.30)$$

Vamos a introducir dos nuevas variables:

- La longitud de onda será el producto entre el periodo y la velocidad de la onda, y que es el espacio recorrido por la onda en un periodo a la velocidad *v*:

$$\lambda = T \cdot v = \frac{v}{\nu} \quad (1.31)$$

- Número de onda, número de veces que la longitud de onda está contenida en una vuelta:

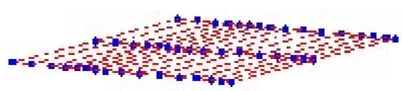
$$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.32)$$

Introduciendo estas definiciones en la ecuación 1.30 llegamos a la ecuación de la onda plana que se propaga en el eje positivo de las *x*, que además es una solución de la ecuación de D'Alembert (1.26):

$$\psi(x,t) = A \cdot sen\left(\omega t - \kappa x + \varphi\right) \quad (1.33)$$

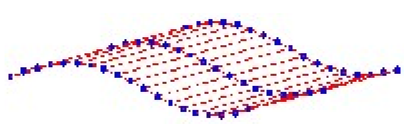
Ondas longitudinales

Una onda longitudinal es aquella que hace que las partículas del medio en que se propaga vibren en la misma dirección de avance de la onda, como el sonido. Es una onda de presión. Lo que avanza con la onda son una serie de compresiones y enrarecimientos.



Ondas transversales

Otro caso es el de una sucesión de partículas de un medio elástico vibran en la dirección normal a la de la recta que las une, se engendra en el medio una onda transversal, y cada partícula entra en vibración con cierto retraso respecto a la anterior. La dirección de vibración de las partículas del medio es perpendicular a la dirección de propagación de la onda, como la cuerda de una guitarra.



Autoevaluación

Para que una onda se considere periódica, es necesario:

- Que el foco no realice ningún movimiento.
- Que el foco se mueva a otra posición.
- Ninguna de las otras respuestas es cierta.
- Que el foco realice un movimiento armónico simple.

No. Es necesario que el foco se mueva.

No. El foco, a pesar de su movimiento, tiene que estar alrededor de su posición de equilibrio.

No. Dos de las otras respuestas son falsas y la tercera es correcta.

Sí. Una vez que el foco realiza un movimiento armónico simple, arrastra a puntos cercanos a realizar el mismo movimiento, por lo que la perturbación del foco se transmite por el medio.

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Opción correcta

3. Sonido

En mitad del bosque, un gran árbol cae, ¿suena?

La respuesta es que no. No sólo hace falta que haya una onda armónica, longitudinal y con unas frecuencias determinadas; para decir que es sonido debe haber un sistema que sea capaz de percibirla, como puede ser el sistema auditivo de los seres humanos o un micrófono y un sistema de grabación que permita reproducirlo después.

Desde un punto de vista subjetivo el sonido es una sensación producida en el cerebro que recibe información del órgano de la audición a través del nervio acústico. Si esta sensación es desagradable se denomina ruido y se estudiará en la unidad 7.

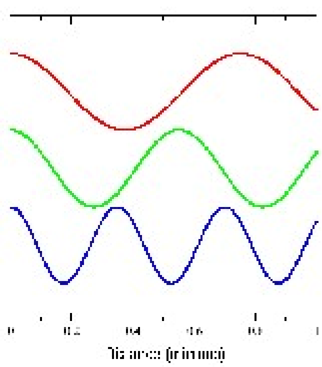
3.1 Tono

El tono, también conocido como altura, está relacionado con la frecuencia de la onda sonora. Se considera sonido el conjunto de frecuencias que el oído humano es capaz de percibir, entre 16 y 20 000 Hz. De esta forma, podemos dividir el espectro acústico en:

- Infrasonidos, son aquellos cuya frecuencia es inferior a 16 Hz.
- Sonido, está comprendido entre 16 y 20 000 Hz. En este conjunto de frecuencias podemos diferenciar:
  - Sonidos graves, los sonidos comprendidos entre 16 y 256 Hz.
  - Sonidos medios, entre 256 y 2 048 Hz.
  - Sonidos agudos, 2 048 – 20 000 Hz.
- Ultrasonidos, los que se encuentran por encima de 20 000 Hz.

Otra forma de dividir el espectro sonoro es en bandas de octava, cada una de las cuales queda definida de forma que el límite superior sea el doble que el inferior:

$$\frac{\nu_{sup}}{\nu_{inf}} = 2 \qquad (1.34)$$



Cada banda, además de por sus extremos, se define por su frecuencia central, calculada como la media geométrica de los extremos de la misma:

$$\nu_{central} = \sqrt{\nu_{sup} \cdot \nu_{inf}} \qquad (1.35)$$

El número de frecuencias contenido en cada banda se denomina ancho de banda, *B*, y no es más que la diferencia entre la frecuencia superior y la inferior:

$$B = \nu_{sup} - \nu_{inf} \quad (1.36)$$

Habitualmente los sonidos no se componen de tonos puros, una sola frecuencia. Lo normal es que cada fuente de sonido tenga una frecuencia fundamental y que por fenómenos de resonancia que se estudiarán en la unidad siguiente, se generen otras frecuencias que se denominan armónicos, y que son de frecuencias más altas y de menor intensidad que la frecuencia fundamental, al conjunto de la frecuencia fundamental y todos sus armónicos es a lo que se denomina timbre.

Esta cualidad nos permite diferenciar dos sonidos que tengan la misma frecuencia e intensidad, pero que al ser emitidos por dos fuentes diferentes cada fuente creará un conjunto de armónicos propio que hace posible la distinción de ambas fuentes, por ejemplo cuando un violín y una trompeta emiten la misma nota somos capaces de diferenciarlas por el conjunto de frecuencias, el timbre, que se genera en cada uno de los dos instrumentos.

Estas ondas complejas se pueden estudiar descomponiéndolas en ondas más sencillas gracias al teorema de Fourier. Este teorema nos permite averiguar qué frecuencias y con qué intensidad se encuentran formando parte de una onda compleja lo que permite su identificación.

Autoevaluación

La frecuencia más grave de un conjunto de frecuencias relacionadas entre sí por ser un múltiplo de esta se denomina:

- ○ Frecuencia angular.
- ○ Frecuencia fundamental.
- ○ Frecuencia armónica.
- ○ Frecuencia de Laplace.

No. La frecuencia angular es la velocidad angular.

Sí. La frecuencia fundamental es la menor frecuencia del timbre.

No. Los armónicos son los múltiplos superiores de la frecuencia fundamental.

No. ¿Qué es esto?

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

3.2 Velocidad del sonido

Para calcular la velocidad de propagación del sonido en el aire utilizaremos la fórmula de Laplace:

$$v_s = \sqrt{\frac{Q}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot P}{\rho}} \quad (1.37)$$

donde:

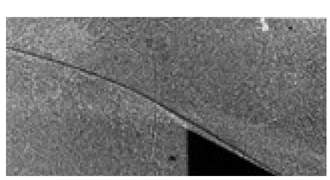
- Q, es el módulo de compresibilidad adiabático. En los gases, debido a la rapidez de las compresiones y expansiones, no da tiempo al intercambio de calor, y por lo tanto, no se modifica de la temperatura. En los gases es el producto entre el coeficiente adiabático, γ, y la presión.
- γ, es el coeficiente adiabático, es la relación entre los calores específicos a presión constante y a volumen constante del gas. Este coeficiente tiene un valor de 1,4 para el aire a las temperaturas ambientales:
$$\gamma = \frac{C_p}{C_\nu} \quad (1.38)$$
- p, es la presión del gas en el que se propaga la onda sonora.
- ρ, es la densidad del gas.

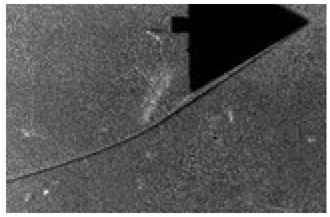
Consideremos que el gas en el que se propaga la onda sonora se comporta como un gas ideal y hagamos la correspondiente sustitución en la ecuación 1.30:

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma \cdot \frac{\rho \cdot R \cdot T}{M}}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}} \quad (1.39)$$

donde:

- R, es la constante universal de los gases, R = 8,314 462 618 153 24 J·mol^{-1}·K^{-1}.
- M, es la masa molar del gas. En el caso del aire atmosférico seco, M = 0,028964 kg·mol^{-1}.
- T, es la temperatura absoluta, T / K = 273,15 + t / ºC.





Del estudio de la ecuación 1.35 se desprende que la velocidad de propagación del sonido es función de la temperatura, a medida que la temperatura es cada vez más alta mayor es la velocidad de propagación del sonido.

Si una fuente de sonido se mueve en el seno del material en el que se propaga el sonido a una velocidad superior a la del sonido en ese medio, se produce lo que se llama una onda Mach, se ha roto la barrera del sonido, que se puede describir mediante el número de Mach:

$$M = \frac{v}{v_s}$$

(1.40)

Y, dependiendo del valor obtenido para M se clasifican las velocidades de la siguiente manera:

- $M < 0{,}7$ velocidad subsónica
- $0{,}7 \leq M < 1{,}2$ velocidad transónica
- $1{,}2 \leq M < 5{,}0$ velocidad supersónica
- $5{,}0 \leq M$ velocidad hipersónica

Para saber más

¿De qué dependerá la velocidad del sonido en medios no gaseosos? Compruébalo.

La velocidad del sonido en otros medios

3.3 Presión sonora

El sonido es una onda de presión armónica longitudinal que se propaga en un medio material como compresiones y rarefacciones produciendo variaciones locales de presión y densidad. El sonido no se propaga en el vacío. Además, se dice que hay sonido sólo cuando se puede detectar, es decir, en presencia de un sistema auditivo o instrumento capaz de captarlo.

La presión sonora mínima que es capaz de producir un desplazamiento del tímpano y, por tanto, es audible es $2\cdot10^{-5}$ Pa, y se utiliza como presión de referencia, p_0, de forma que podemos definir el nivel de presión acústica como el logaritmo del cuadrado del cociente entre la presión medida y la de referencia:

$$L_p = log\left(\frac{p}{p_0}\right)^2 \quad (1.41)$$

La unidad de medida del **nivel de presión sonora** así definida es el belio, B, pero como es muy grande habitualmente se utiliza un submúltiplo, el decibelio, dB, para lo cual hay que multiplicar por 10 la ecuación 1.41:

$$L_p = 20\cdot log\left(\frac{p}{p_0}\right) \quad (1.42)$$

Para calcular la **presión resultante** de la presencia de **varias fuentes sonoras** no se pueden calcularse realiza sumando las presiones producidas por cada fuente aislada:

$$L_p = 10\cdot log\left(\sum_{i=1}^{N} 10^{\frac{L_{pi}}{10}}\right) \quad (1.43)$$

Para saber más

Observa los niveles acústico en decibelios y a qué situaciones aproximadas corresponden.

Niveles acústicos

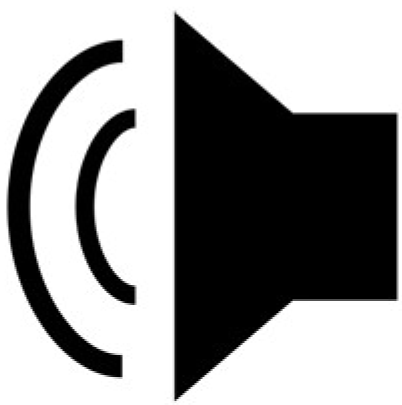
3.4 Potencia acústica

La potencia acústica es la cantidad de energía por unidad de tiempo que emite una fuente sonora. Podemos calcular el nivel de potencia acústica de manera similar al nivel de presión acústica, pero en este caso se toma como referencia, w_0, una potencia de 10^{-12} W:

$$L_w = 10 \cdot log\left(\frac{W}{W_0}\right) \quad (1.44)$$

También las unidades de medida son decibelios. Y, de la misma manera, en el caso de que haya más de una fuente no se pueden sumar los niveles de potencia acústica, sino que hay que sumar las potencias acústicas de cada fuente y luego calcular el nivel:

$$L_w = 10 \cdot log\left(\sum_{i=1}^{N} 10^{\frac{L_{wi}}{10}}\right) \quad (1.45)$$



Autoevaluación

Un foco emite con una potencia acústica de $4{,}8 \cdot 10^{-4}$ W, ¿cuál será el nivel de potencia si doblamos la potencia?

- 43,4 dB.

- 86,8 dB.
- 83,8 dB.
- 89,8 dB.

No. Vuelva a calcularlo.

No. Este es el nivel de potencia de la fuente original.

No. La potencia se ha duplicado.

Sí. Perfecto.

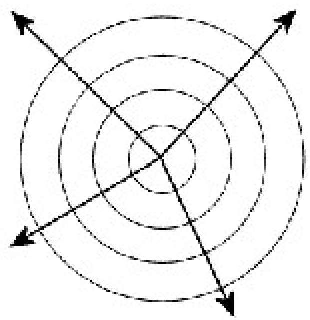
Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Opción correcta

3.5 Intensidad acústica

Los sonidos pueden diferenciarse en fuertes o débiles. Se puede considerar desde dos puntos de vista:

- Fisiológico o subjetivo, corresponde a la sensación que nos produce, depende del oyente.
- Física u objetiva, depende de la energía transportada por la onda sonora que atraviesa por segundo la unidad de superficie normal a la dirección de propagación. La intensidad acústica se mide en $W \cdot m^{-2}$.



La intensidad de la onda va disminuyendo a medida que se aleja del foco; dependiendo del tipo de fuente sonora la disminución de la intensidad se podrá calcular de forma diferente. Consideramos tres tipos de fuentes sonoras:

- **Planas.** Una fuente plana genera una onda plana, que son aquellas que tienen el mismo movimiento en el mismo momento en todas las partículas que se encuentren en el frente de onda. Esto provoca que la intensidad no disminuya al alejarse del foco ya que no se produce un aumento de la superficie que atraviesa la onda.
- **Esféricas.** Una fuente esférica es aquella que comparada con la longitud de onda emitida es pequeña. Además emite la misma energía en todas las direcciones del espacio. Este tipo de fuentes emite ondas esféricas. A medida que la distancia al foco va aumentando la superficie que tiene que atravesar la energía emitida es cada vez mayor, por lo que la intensidad sonora va disminuyendo.

Si w es la potencia emitida por una fuente esférica medida en vatios, a una distancia r_1 del foco la intensidad será la que indica la ecuación 1.46; si nos alejamos del foco hasta una distancia r_2, mayor que r_1, la intensidad se habrá reducido hasta lo indicado por la ecuación 1.47:

$$I_1 = \frac{W}{4 \cdot \pi \cdot r_1^2} \quad (1.46)$$

$$I_2 = \frac{W}{4 \cdot \pi \cdot r_2^2} \quad (1.47)$$

Puesto que la potencia del foco es la misma en ambos casos, se igualan las ecuaciones y se obtiene la relación que indica que la intensidad disminuye con el cuadrado de la distancia:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (1.48)$$

- **Cilíndricas.** Las fuentes cilíndricas son una sucesión de fuentes esféricas, como, por ejemplo, una calle de una ciudad o una carretera. Generan ondas cilíndricas, a una determinada distancia del eje del cilindro, r_1, medido en la dirección perpendicular al mismo, la intensidad se calcula mediante la ecuación 1.49, a una distancia mayor, r_2, se calculará mediante la ecuación 1.50:

$$I_1 = \frac{W}{2 \cdot \pi \cdot r_1} \quad (1.49)$$

$$I_2 = \frac{W}{2 \cdot \pi \cdot r_2} \quad (1.50)$$

Igual que antes, la potencia del foco es la misma e igualando ambas ecuaciones, se encuentra, que la intensidad es inversamente proporcional a la distancia:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (1.51)$$

La intensidad mínima audible por el oído humano es de 10^{-12} W·m^{-2}, para un tono puro de 1 000 Hz, esta intensidad se toma como referencia, I_0, para construir una escala de medida de la intensidad acústica. Así, el nivel de intensidad se calcula como indica la ecuación 1.52 en el caso de un único foco, mientras que si hay más de una fuente sonora se utilizará la ecuación 1.53, que suma las intensidades de cada fuente presente:

$$L_I = 10 \cdot log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (1.52)$$

$$L_I = 10 \cdot log\left(\sum_{i=1}^{N} 10^{\frac{L_{I_i}}{10}}\right) \quad (1.53)$$

Autoevaluación

¿Qué tipo de onda aumenta su intensidad a medida que aleja del foco?

- Ninguna.
- Esféricas.
- Planas.
- Cilíndricas.

Sí. Sólo las ondas afectadas por el fenómeno de la resonancia aumentan su intensidad.

No. La intensidad disminuye con el cuadrado de la distancia al foco.

No. La intensidad se mantiene constante.

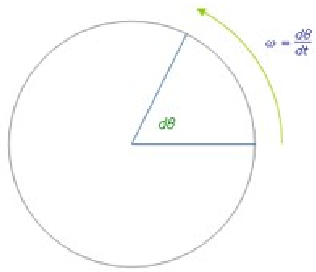
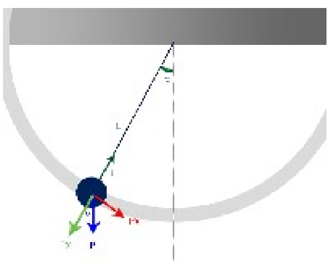
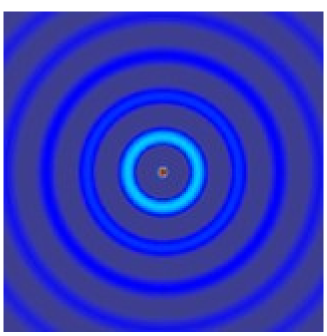
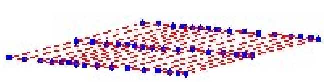
No. La intensidad disminuye con la distancia al foco.

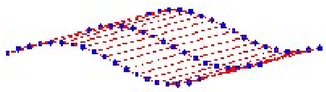
Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

Anexo. Licencias de recursos

Licencias de recursos utilizados en la Unidad de Trabajo.

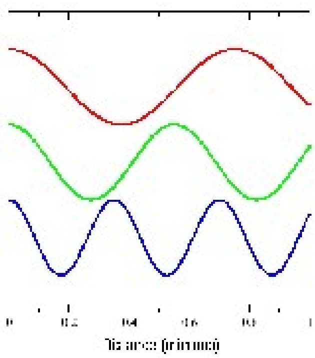
Recurso	Datos del recurso
	Autoría: Enoch Lau. Licencia: Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Procedencia: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Angularvelocity.png
	Autoría: Dr Juzam. Licencia: Dominio público. Procedencia: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pendulo.png
	Autoría: Oleg Alexandrov. Licencia: Dominio público. Procedencia: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pendulo.png
	Autoría: Pajs. Licencia: Dominio público. Procedencia: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Podelna_vlna.gif



Autoría: Pajs.

Licencia: Dominio público.

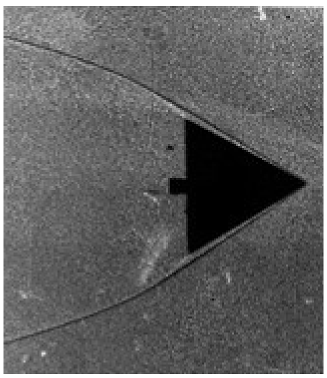
Procedencia: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pricna_vlna.gif



Autoría: WillowW.

Licencia: Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.

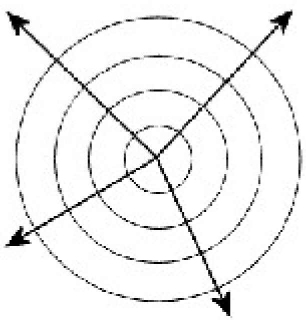
Procedencia: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Visible_EM_modes.png



Autoría: NASA.

Licencia: Dominio público.

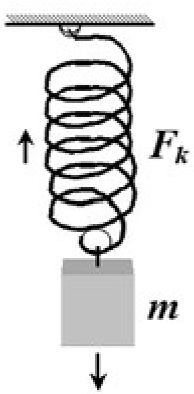
Procedencia: http://commons.wikimedia.org
/wiki/File:Schlierenfoto_Mach_17_Delta_-_NASA.jpg



Autoría: Fffred.

Licencia: Dominio público.

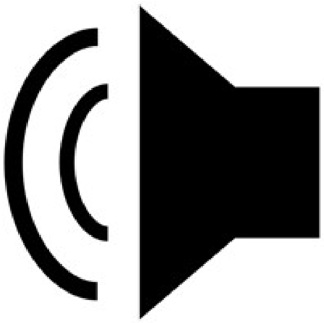
Procedencia: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Spherical_wave.png



Autoría: Penubag.

Licencia: Dominio público.

Procedencia: http://commons.wikimedia.org
/wiki/File:Spring_with_mass_pn.png



Autoría: Nethac DIU.

Licencia: Dominio público.

Procedencia: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Loudspeaker_rtl.svg

Autoría: Ministerio de Educación

Tipo de licencia: Uso Educativo no comercial

Procedencia: Elaboración Propia

Autoría: Ministerio de Educación

Tipo de licencia: Uso Educativo no comercial

Procedencia: Elaboración Propia